

¿SIGUE EL TIPO DE CAMBIO REAL UN PROCESO DE AJUSTE NO LINEAL HACIA EL EQUILIBRIO? EVIDENCIA PARA EL TIPO DE CAMBIO EURO-DÓLAR

Paz Rico Belda

WP-EC 2002-26

Correspondencia: Universitat de València. Departamento de Análisis Económico. Campus de los Naranjos, s/n. Edificio Departamental Oriental. 46071 Valencia. Tel.: 96 382 87 86 / E-mail: Paz.Rico@uv.es.

Editor: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Primera Edición Octubre 2002

Depósito Legal: V-4032-2002

IVIE working papers offer in advance the results of economic research under way in order to encourage a discussion process before sending them to scientific journals for their final publication.

¿SIGUE EL TIPO DE CAMBIO REAL UN PROCESO DE AJUSTE NO LINEAL HACIA EL EQUILIBRIO? EVIDENCIA PARA EL TIPO DE CAMBIO EURO-DÓLAR

Paz Rico Belda

RESUMEN

Los modelos de ajuste no lineal del tipo de cambio pueden explicar la elevada volatilidad que presentan a corto plazo los tipos de cambio reales y la reducida velocidad de ajuste a su valor de equilibrio. En este trabajo se utiliza un modelo de reversión a la media no lineal para modelizar el tipo de cambio real del euro-dólar. Este modelo implica que cuando el tipo de cambio real está próximo al equilibrio se comporta aproximadamente como un paseo aleatorio mientras que cuanto mayor es la desviación del equilibrio más rápidamente revertirá en media el tipo de cambio. Los resultados evidencian la existencia de reversión no lineal hacia el equilibrio en el tipo de cambio real euro-dólar, de tal forma que el modelo puede explicar la volatilidad y persistencia observada en el tipo de cambio real, a la vez que presenta una mejor capacidad predictiva frente al paseo aleatorio.

Palabras claves: Paridad de poder adquisitivo; paseo aleatorio; tipo de cambio real; modelos de reversión a la media; costes de transacción.

Clasificación JEL: F31, F47, C53.

ABSTRACT

Nonlinearly mean-reverting models can explain the high short-term volatility of the real exchange rate and the slow speed of adjustment to the equilibrium level. A nonlinearly mean-reverting model is used in this paper to fit to euro-dollar real exchange rate. This model implies that near equilibrium the real exchange rate behaves more like a random walk process while becomes more mean reverting the further it is from equilibrium. The results provide evidence of nonlinearly mean reverting in the euro-dollar real exchange rate so the model can explain both the observed volatility and persistence of real exchange rate. Moreover, the forecasting performance of this model is better than the random walk benchmark.

Keywords: Purchasing power parity; real exchange rate; random walk; nonlinearly mean-reverting models; transactions costs.

JEL Classification: F31, F47, C53.

1. INTRODUCCIÓN

La paridad de poder adquisitivo (PPA) es una de las proposiciones fundamentales de la economía financiera internacional. Los modelos monetarios de determinación del tipo de cambio descansan en esta proposición y de ahí la importancia de su cumplimiento. No obstante existe consenso en que la PPA no se cumple a corto plazo, pero en el largo plazo el tipo de cambio nominal y los precios relativos se mueven proporcionalmente, de forma que el tipo de cambio real revierte al equilibrio. Por tanto, a corto plazo pueden existir desviaciones de la PPA pero éstas deber ser temporales y desaparecer a lo largo del tiempo permitiendo que la PPA se cumpla en el largo plazo.

El cumplimiento de la PPA en el largo plazo implica, en términos económicos, que el tipo de cambio real es estacionario puesto que si presentará una raíz unitaria no tendría una media condicionada y las desviaciones del tipo de cambio del equilibrio serían persistentes y no se eliminarían en el tiempo. Sin embargo, la literatura empírica ha demostrado que es difícil rechazar la hipótesis de raíz unitaria en el tipo de cambio real e incluso cuando los investigadores han sido capaces de hacerlo, utilizando datos de panel o ampliando el tamaño muestral con el fin de incrementar la potencia de los contrastes, la persistencia observada en las desviaciones del tipo de cambio real sigue constituyendo un *puzzle*¹ a desvelar. Recientemente, la evidencia empírica está demostrando que el ajuste no lineal del tipo de cambio a sus valores fundamentales explica la elevada volatilidad y persistencia observada en el tipo de cambio real. Además, el ajuste no lineal del tipo de cambio a su equilibrio permite explicar la dificultad encontrada en la literatura para predecir los tipos de cambios. Como demostraron en su trabajo seminal Meese y Rogoff (1983), los modelos estructurales del tipo de cambio no han tenido éxito en predecir el tipo de cambio al compararlos con un simple modelo paseo aleatorio. Una posible explicación es que los modelos económicos de determinación del tipo de cambio son inadecuados y sería el comportamiento no lineal del tipo de cambio la razón de la imposibilidad de predecir el tipo de cambio a través de modelos lineales. En este sentido, Nakagawa (2002) introduce el ajuste no lineal del tipo de cambio real en el modelo Mundell-Fleming-Dornbusch y concluye que las dificultades empíricas para encontrar relación entre los diferenciales de tipos de interés reales y tipo de cambio real se debe al hecho de haber ignorado el ajuste no lineal del tipo de cambio.

¹ Rogoff (1996).

En este trabajo se utiliza un modelo no lineal de reversión a la media para modelizar el tipo de cambio real del euro-dólar durante el periodo comprendido entre enero de 1979 y diciembre del 2001. El propósito es analizar si el tipo de cambio real está caracterizado por un proceso de ajuste no lineal que explique su elevada volatilidad y persistencia. Asimismo, se va a comparar la capacidad predictiva del modelo no lineal con un modelo paseo aleatorio para comprobar si el modelo no lineal tiene una mejor capacidad predictiva que el simple paseo aleatorio.

La estructura del trabajo es la siguiente: Tras esta introducción se presenta, en el apartado segundo, el marco teórico de la PPA. En el apartado tercero se expone el modelo no lineal del tipo de cambio, y en el apartado cuarto se presenta la evidencia empírica obtenida al aplicar el modelo no lineal al tipo de cambio euro-dólar. Por último, en el apartado quinto se recogen las principales conclusiones.

2. LA PARIDAD DEL PODER ADQUISITIVO

La hipótesis de la paridad del poder adquisitivo (PPA) se remonta nada menos que a la Escuela de Salamanca del siglo XVI pero fue Cassel (1922) quien defendió su utilización para fijar el tipo de cambio entre países tras la primera guerra mundial. La PPA postula que el tipo de cambio nominal es proporcional a los precios relativos:

$$E_t = \frac{P_t^*}{P_t} \quad [2.1]$$

donde E_t es el tipo de cambio nominal (precio en moneda extranjera de la moneda nacional), P_t^* y P_t son los niveles de precios exterior y doméstico, respectivamente.

Si se aplica logaritmos a [2.1] se obtiene:

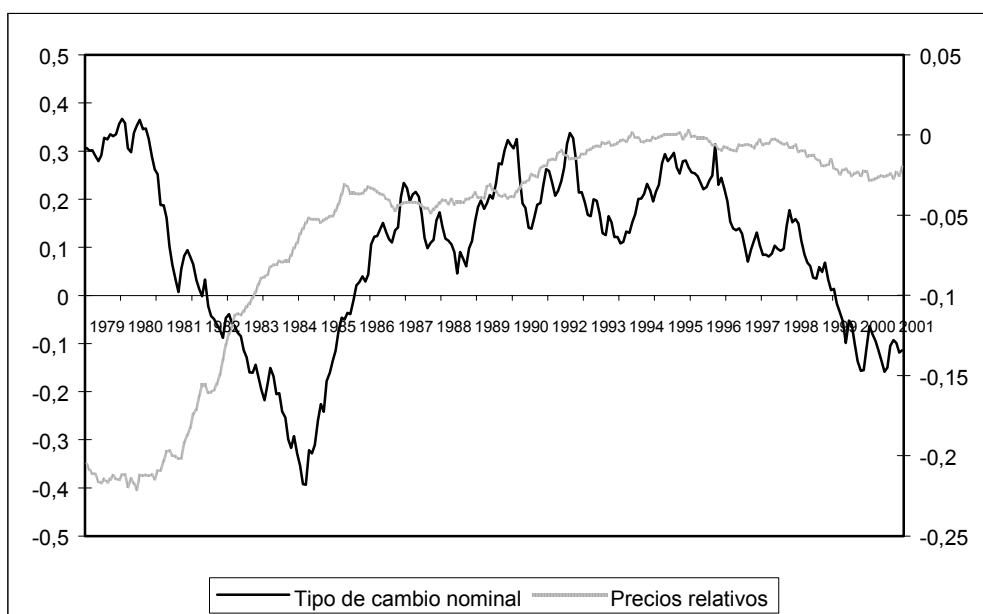
$$e_t = p_t^* - p_t \quad [2.2]$$

de forma que el tipo de cambio real puede ser definido como la desviación de la PPA y, por tanto, se expresa como:

$$s_t = e_t - p_t^* + p_t \quad [2.3]$$

Si la PPA se cumple, el tipo de cambio real, s_t , sería una constante reflejando las diferencias en las unidades de medida². Es bien conocido que a corto plazo la proposición no se cumple, y en ese sentido el Gráfico 1 muestra cómo la variación del tipo de cambio nominal es mayor a la que presenta los precios relativos, por lo que es difícil concluir que el tipo de cambio nominal responde a las variaciones de los precios relativos. Los movimientos del tipo de cambio nominal a corto plazo son difíciles de predecir e incluso de explicar *ex post*, tal y como han concluido muchos trabajos a partir del trabajo seminal de Meese y Rogoff (1983), en el cual se deducía que los modelos económicos del tipo de cambio tienen poco éxito en predecir el tipo de cambio en comparación con la predicción de un simple modelo paseo aleatorio.

Gráfico 1. Tipo de cambio nominal euro-dólar y precios relativos



Nota: Las variables están medidas en logaritmos.
Fuente: Boletín estadístico del Banco de España.

² Pueden distinguirse dos versiones de la PPA: la absoluta o fuerte, que correspondería a las expresiones [2.1] y [2.2] del texto, según la cual el logaritmo del tipo de cambio real sería cero, $s_t = e_t - p_t^* + p_t = 0$, y la relativa que permite que el logaritmo del tipo de cambio real sea constante y no necesariamente igual a cero debido a la existencia de factores fijos que impiden que los precios domésticos y extranjeros se igualen una vez expresados en la misma moneda (cestas de bienes no iguales y bienes con diferentes pesos entre países).

El incumplimiento de la PPA a corto plazo puede ser atribuido en parte a las rigideces de los precios. Esta es la esencia del modelo de Dornbusch (1976) en el que, debido a la rigidez de los precios a corto plazo, el tipo de cambio nominal sobrerreacciona y el tipo de cambio real se desvía del nivel de equilibrio. Por tanto, a corto plazo pueden existir desviaciones de la PPA pero para que se cumpla a largo plazo es necesario que el tipo de cambio real sea estacionario³. No obstante, la evidencia empírica⁴ pone de relieve que no se puede rechazar la hipótesis de que el tipo de cambio real sigue un paseo aleatorio y, por tanto, es difícil probar que existe convergencia hacia la PPA en el largo plazo.

Frankel (1986, 1990) y, más recientemente, Lothian y Taylor (1997) consideran que la reducida potencia de los contrastes estadísticos aplicados es la causa de que no pueda rechazarse el modelo paseo aleatorio. En este sentido, ha surgido una extensa literatura que ha tratado de aumentar la potencia de los contrastes, bien incrementando el periodo de estimación (Abuaf y Jorion (1990), Diebold et al. (1991), Cheung y Lai (1993), Lothian y Taylor (1996)), bien utilizando datos de panel (Frankel y Rose (1996), Wu (1996), Flood y Taylor (1996), Papell (1997), Taylor y Sarno (1998), Mark y Sul (2001), Camarero y Tamarit (2001)). Con respecto al primer enfoque, hay que indicar que no siempre es posible incrementar la muestra a utilizar y aún en el caso de que fuera posible puede ser inadecuado a causa de las diferencias que puede presentar el comportamiento del tipo de cambio en periodos temporales distintos o en regímenes de tipo de cambio diferentes. Por su parte, los estudios con datos de panel presentan también problemas puesto que, como Taylor y Sarno (1998) indican, la hipótesis nula del contraste de raíz unitaria es, generalmente, que todas las series son realizaciones de procesos de raíz unitaria. Así la hipótesis nula será violada incluso si únicamente una de las series del tipo de cambio real del panel es de hecho estacionaria. Por tanto, el contraste multivariante puede no servir para llegar a conclusiones definitivas si el rechazo de la hipótesis nula, en general, no ayuda a determinar cuántas series de las consideradas son estacionarias. Estos autores muestran que el contraste de raíz unitaria multivariante puede llevar, con una elevada probabilidad, a rechazar conjuntamente la hipótesis nula de no estacionariedad, cuando hay un proceso estacionario en un sistema de procesos raíz unitaria, incluso si la raíz del proceso estacionario está próxima a la unidad. Además, si bien esta literatura ha permitido llegar al consenso de que el tipo de

³ Es una condición necesaria pero no suficiente puesto que la estacionariedad del tipo de cambio real implica que el tipo de cambio nominal y los precios relativos están cointegrados pero para que la PPA se cumpla el vector de cointegración no sólo ha de existir sino que debe ser (1,-1).

⁴ Ver Froot y Rogoff (1986) y Rogoff (1996).

cambio tiende al equilibrio a largo plazo, no puede explicar la elevada volatilidad de los tipos de cambio reales a corto plazo y la reducida velocidad de ajuste, lo que constituye un *puzzle* a resolver⁵.

Las desviaciones del tipo de cambio de la PPA en el largo plazo pueden explicarse por factores reales y en este sentido han aparecido en la literatura tres modificaciones de la PPA que explican las desviaciones duraderas de la PPA. Una de ellas es la hipótesis de Balassa-Samuelson⁶ según la cual los países que presentan una mayor productividad muestran una apreciación de su tipo de cambio real. Una segunda hipótesis considera que el deterioro persistente de la balanza por cuenta corriente de un país conllevará la depreciación de su tipo de cambio real y, por último, una tercera hipótesis relaciona el tipo de cambio real con el nivel del gasto público, de tal forma que un aumento de éste último se traduce en una depreciación del tipo de cambio real.

Para Rogoff (1996) estas tres modificaciones pueden ser útiles en determinadas circunstancias, pero no pueden considerarse suficientemente robustas e universales para suplantarse completamente a la PPA como una teoría del tipo de cambio real en el largo plazo. Rogoff se cuestiona como reconciliar la elevada volatilidad del tipo de cambio real a corto plazo con la persistencia de la desviación y la reducida velocidad hacia el equilibrio, y concluye que los mercados de bienes internacionales, aunque bastante integrados, presentan fricciones debido a los costes de transporte, impuestos, costes de información o falta de movilidad del factor trabajo. Como consecuencia de estos costes de transacción, los tipos de cambio nominales pueden variar sin producir una respuesta inmediata y proporcional en los precios relativos⁷. En esta dirección, recientemente han surgido trabajos que tratan de explicar el *puzzle* planteado por Rogoff considerando que la relación entre el tipo de cambio y sus fundamentos es no lineal. La no linealidad viene explicada, fundamentalmente, por la existencia de costes de transacción (Taylor et al. (2001)) o por la existencia de agentes con creencias heterogéneas respecto a la evolución del tipo de cambio (Kilian y Taylor (2001)). Este es el enfoque que se sigue en este trabajo y en el apartado siguiente se presenta el modelo no lineal del tipo de cambio real.

⁵ Rogoff (1996).

⁶ Balassa (1964) y Samuelson (1964).

⁷ Rogoff considera que esta conclusión, que ya fue adelantada por Cassel, no es una conclusión completamente satisfactoria pero no encuentra una explicación alternativa que explique el *puzzle* de la PPA.

3. MODELO NO LINEAL

Para Taylor et al. (2001) la idea de que el ajuste del tipo de cambio real es no lineal se remonta a Heckscher (1916) y Cassel (1922), quienes sugieren que pueden existir desviaciones significativas de la PPA debido a los costes de transacción internacionales entre mercados separados. Por su parte, Kilian y Taylor (2001) justifican la no linealidad del ajuste del tipo de cambio real por las creencias de los agentes sobre la posición del tipo de cambio respecto del nivel de equilibrio latente. Los agentes asignan una menor probabilidad a niveles correspondientes a grandes desviaciones de los valores fundamentales que a niveles próximos al equilibrio, puesto que las grandes desviaciones del equilibrio no son factibles desde el punto de vista teórico. De esta forma, una desviación del tipo de cambio de su nivel de equilibrio inducirá a los agentes racionales a tomar posiciones en contra del tipo de cambio asegurando, en última instancia, la reversión al equilibrio. Si el tipo de cambio real se sitúa en un nivel razonablemente bajo, el agente tendrá incentivos en tomar posiciones en favor de la apreciación del tipo de cambio, mientras que si éste se encuentra próximo al nivel de equilibrio latente, el riesgo a equivocarse es muy alto por lo que el agente esperará, a que el tipo de cambio caiga a niveles más bajos, para tomar posiciones en favor de la apreciación. Como resultado, los movimientos del tipo de cambio seguirán un proceso de paseo aleatorio si se encuentra próximo al nivel de equilibrio, mientras que si la desviación es suficientemente grande el tipo de cambio revertirá al nivel de equilibrio.

Siguiendo a Taylor et al. (2001) y a Kilian y Taylor (2001) un modelo que recoge la naturaleza no lineal de la reversión a la media del tipo de cambio es el *smooth transition autoregressive model* (STAR, Granger y Teräsvirta (1993)). En este modelo los ajustes tienen lugar a lo largo del tiempo pero la velocidad de ajuste varia con el tamaño de la desviación de la paridad. El modelo STAR puede escribirse:

$$(s_t - \mu) = \sum_{j=1}^p \beta_j (s_{t-j} - \mu) + \left[\sum_{j=1}^p \beta_j^* (s_{t-j} - \mu) \right] \Phi[\theta; s_{t-d} - \mu] + \varepsilon_t \quad [3.1]$$

donde s_t es un proceso estacionario y ergótico y $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$. La función de transición $\Phi[\theta; s_{t-d} - \mu]$ determina el grado de reversión a la media, el parámetro θ determina la velocidad de ajuste y el parámetro μ es el nivel de equilibrio de s_t . Una

función de ajuste sencilla es la función exponencial propuesta por Granger y Teräsvirta (1993)⁸:

$$\Phi[\theta; s_{t-d} - \mu] = 1 - \exp[-\theta(s_{t-d} - \mu)^2] \quad [3.2]$$

La función de ajuste exponencial toma valores comprendidos entre cero y uno y es simétrica. Esta función es interesante en este contexto puesto que permite un ajuste suave y simétrico del tipo de cambio real a las desviaciones por encima o por debajo del nivel de equilibrio. El parámetro θ determina la velocidad de ajuste entre los dos regímenes extremos, por lo que un reducido valor de θ implica un ajuste lento. En el equilibrio, cuando $s_{t-d} = \mu$ la función de ajuste es igual a cero y [3.1] se convierte en el modelo lineal AR(p):

$$s_t - \mu = \sum_{j=1}^p \beta_j (s_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t \quad [3.3]$$

mientras que para un valor dado de θ , si $(s_{t-d} - \mu) \rightarrow \infty$ la función de ajuste es igual a uno y el modelo [3.1] se convierte en el modelo AR(p):

$$s_t - \mu = \sum_{j=1}^p (\beta_j + \beta_j^*) (s_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t \quad [3.4]$$

con una distinta velocidad de ajuste tanto mayor si $\beta_j^* \neq 0$ para al menos algún j.

Granger y Teräsvirta (1993) también sugieren una función de ajuste logística:

$$\Phi[\theta; s_{t-d} - \mu] = \frac{1}{1 + \exp[-\theta(s_{t-d} - \mu)]} \quad [3.5]$$

resultando un modelo LSTAR, el cual implica, a diferencia del modelo ESTAR, un comportamiento asimétrico del tipo de cambio real, de acuerdo a si se encuentra por encima o por debajo el nivel de equilibrio, lo que no parece a priori adecuado para explicar los movimientos del tipo de cambio real⁹.

⁸ Al sustituir la función exponencial en el modelo [3.1] resulta lo que se denomina modelo ESTAR.

⁹ Taylor et al. (2001) razonan que es difícil justificar que la velocidad de ajuste variará con el hecho de que el dólar esté sobrevaluado o infravaluado.

Resulta interesante reparametrizar el modelo [3.1] como

$$\Delta s_t = \alpha + \rho s_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \phi_j \Delta s_{t-j} + \left(\alpha^* + \rho^* s_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \phi_j^* \Delta s_{t-j} \right) \Phi[\theta; s_{t-d} - \mu] + \varepsilon_t \quad [3.6]$$

donde $\Delta s_t = s_t - s_{t-1}$. En [3.6] los parámetros ρ y ρ^* son fundamentales. Como se ha visto, cuanto mayor es la desviación de la PPA mayor es la tendencia a volver al equilibrio. Esto implica que es posible que $\rho \geq 0$ pero entonces debe cumplirse que $\rho^* < 0$ y $(\rho + \rho^*) < 0$. Así, para pequeñas desviaciones del tipo de cambio éste puede caracterizarse por la existencia de una raíz unitaria, o incluso por un comportamiento explosivo, mientras que para grandes desviaciones el tipo de cambio converge a su media.

Como Taylor et al. (2001) y Kilian y Taylor (2001) demuestran este comportamiento tiene implicaciones en el contraste de raíz unitaria del tipo de cambio real, el cual está basado en un modelo lineal AR(p). Así, el contraste de Dickey- Fuller aumentado se basa en la regresión:

$$\Delta s_t = \alpha' + \rho' s_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \phi_j' \Delta s_{t-j} + \varepsilon_t \quad [3.7]$$

Suponiendo que el verdadero proceso generador de s_t es el modelo no lineal [3.6], el parámetro estimado ρ' en [3.7] tenderá a estar comprendido entre ρ y $(\rho + \rho^*)$. Así, la hipótesis nula de que $\rho' = 0$ (raíz unitaria) puede no ser rechazada en contra de la hipótesis alternativa de que $\rho' < 0$. Por tanto, el no rechazar la hipótesis de raíz unitaria sobre la base de un modelo lineal no necesariamente invalida el cumplimiento de la PPA a largo plazo.

4. EVIDENCIA EMPÍRICA

Los datos utilizados en este trabajo son observaciones mensuales, que comprenden el periodo comprendido entre enero de 1979 y diciembre del 2001, obtenidos del boletín estadístico del Banco de España. El logaritmo del tipo de cambio real ha sido obtenido a través de la ecuación [2.3] siendo e_t el logaritmo del tipo de cambio nominal euro-dólar, p_t^* el logaritmo del índice de precios al consumo (IPC) de

Estados Unidos y p_t el logaritmo del IPC de España. Para el periodo anterior a 1999, se ha utilizado para el tipo de cambio nominal euro-dólar los datos de la cotización ecu-dólar y desde el nacimiento del euro se ha considerado los datos de la cotización euro-dólar.

El Cuadro 1 recoge los estadísticos descriptivos de las series del tipo de cambio nominal y real, en logaritmos, tanto en niveles como en primeras diferencias. Como puede observarse los coeficientes de autocorrelación de los tipos de cambio en niveles son elevados y caen lentamente mientras que los de sus primeras diferencias son pequeños y no presentan ningún comportamiento. A su vez, el contraste de raíz unitaria de Dickey-Fuller permite rechazar la hipótesis de que las series sean I(2) frente a la hipótesis alternativa de ser I(1), pero no se puede rechazar que sea I(1) frente a la alternativa de ser I(0). Esta evidencia indica que las series en niveles parecen ser no estacionarias pero sí sus primeras diferencias. No obstante, y como se ha visto en el apartado anterior, la probabilidad de alcanzar este resultado es elevada puesto que el contraste de Dickey-Fuller está sesgado si el tipo de cambio sigue un proceso de ajuste no lineal. Por otro lado, las primeras diferencias de las variables se distribuyen como una normal atendiendo a los estadísticos asimetría, curtosis y Bera-Jarque.

Cuadro 1. Estadísticos descriptivos

	Tipo de cambio nominal		Tipo de cambio real	
	Niveles	1ª Diferencia	Niveles	1ª Diferencia
Media	0,0941	-0,0015	0,0354	-0,0009
Desviación	0,1717	0,0267	0,1802	0,0269
Mínimo	-0,3936	-0,0843	-0,4508	-0,0865
Máximo	0,3671	0,0719	0,3230	0,0747
Asimetría	-0,6820	0,0753	-0,6968	0,0401
Kurtosis	2,8070	3,0640	2,5796	3,1049
Bera-Jarque	21,8232	0,3070	24,3695	0,1997
ADF	-1,8333	-10,2331	-1,5286	-10,3138
r(1)	0,9820	0,2630	0,9870	0,2510
r(2)	0,9590	0,0440	0,9680	0,0400
r(3)	0,9340	0,0520	0,9490	0,0410
r(4)	0,9090	-0,0130	0,9290	-0,0220
r(5)	0,8830	-0,0040	0,9100	-0,0070
r(6)	0,8570	0,0260	0,8900	0,0160

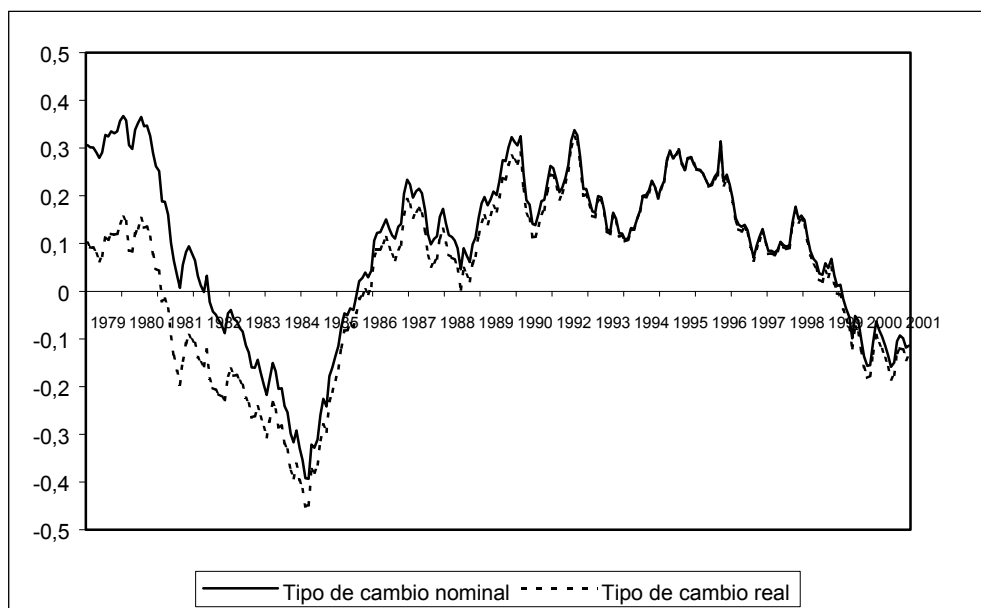
Nota: Para los contrastes de raíz unitaria se ha considerado un lag.

ADF es el contraste de Dickey-Fuller aumentado y su valor crítico es -1,9408.

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del Boletín Estadístico del Banco de España.

Por su parte, el Gráfico 2 muestra la evolución del tipo de cambio real y nominal euro-dólar. De la observación del mismo puede deducirse que la evolución del tipo de cambio real viene determinada fundamentalmente por la del tipo de cambio nominal, lo que explicaría la similitud que estas series presentan en sus estadísticos descriptivos previamente analizados.

Gráfico 2. Tipo de cambio nominal y real del euro-dólar



Nota: Las variables están medidas en logaritmos.
Fuente: Boletín estadístico del Banco de España.

Para determinar el orden de la autocorrelación, p , del modelo a estimar Granger y Teräsvirta (1993) y Teräsvirta (1994) sugieren analizar la función de autocorrelación parcial¹⁰. En nuestro caso el correlograma parcial del logaritmo del tipo de cambio real del euro-dólar revela la existencia de correlación serial de segundo orden sugiriendo un modelo no lineal AR(2). Con $p=2$ el modelo a estimar es:

¹⁰ La FAC es preferible a utilizar criterios de información puesto que éstos últimos tienden a estar sesgados a elegir ordenes reducidos de autocorrelación y además la existencia de correlación serial puede afectar a la potencia de los contrastes lineales.

$$s_t - \mu = \beta_1(s_{t-1} - \mu) + \beta_2(s_{t-2} - \mu) + \left[\left(\beta_1^*(s_{t-1} - \mu) + \beta_2^*(s_{t-2} - \mu) \right) * \left(1 - \exp\left(-\theta(s_{t-d} - \mu)^2\right) \right) \right] + \varepsilon_t \quad [4.1]$$

Si $\beta_i = -\beta_i^*$ el modelo resultante es acorde al planteado por Kilian y Taylor (2001):

$$s_t - \mu = [\beta_1(s_{t-1} - \mu) + \beta_2(s_{t-2} - \mu)] * \exp\left(-\theta(s_{t-d} - \mu)^2\right) + \varepsilon_t \quad [4.2]$$

Posteriormente, al estimar el modelo [4.1] se comprueba que $\beta_i = -\beta_i^*$ no puede rechazarse.

Para seleccionar el valor de d en la función de transición se ha estimado el modelo [4.1] para d=1,2,3,4,5 y se ha seleccionado, como hacen Kilian y Taylor (2001), aquel valor de d para el cual el modelo ajustado resulta ser mejor en términos de bondad de ajuste, significatividad estadística de los parámetros y comportamiento de los residuos. Asimismo, siguiendo a Kilian y Taylor (2001), se ha contemplado la posibilidad de incluir sucesivos retardos en la función de ajuste de forma que la desviación del equilibrio afecta a la dinámica de forma acumulativa¹¹. No obstante, la evidencia empírica ha resultado ser favorable a un valor de d igual a 1. Asimismo, este resultado ha sido verificado al realizar el contraste de linealidad de Escibano y Jordá (2001) para distintos valores de d. Este procedimiento alternativo consiste en realizar un contraste de linealidad para diferentes valores de d y seleccionar aquel valor de d para el cual el nivel de significación crítico del contraste de linealidad es mínimo.

Granger y Teräsvirta (1993) proponen un contraste de linealidad a través de una regresión artificial en forma de [3.1] pero sustituyendo el segundo término de la parte de derecha de la expresión por el producto cruzado de s_{t-j} por la primera, segunda y tercera potencia de s_{t-q} , para distintos valores de d. Esto no es más que la expansión de Taylor de tercer orden de la función de transición y permite detectar la no linealidad, a través

¹¹ De esta forma la función de transición resulta ser:

$$\Phi(\theta; s_{t-d} - \mu) = 1 - \exp\left[-\theta \sum_{i=1}^d (s_{t-i} - \mu)^2\right]$$

de la significatividad de los parámetros de los productos cruzados, así como seleccionar entre un modelo ESTAR y un modelo LSTAR puesto que los términos de tercer orden desaparecen en la expansión de Taylor de la función de transición ESTAR. Alternativamente, Escribano y Jordá (2001) proponen utilizar una expansión de cuarto orden puesto que resulta más adecuada que la expansión de tercer orden, tanto para recoger el comportamiento de la función de transición ESTAR como cuando existe incertidumbre en cuanto a la elección del retardo en la parte autoregresiva. Por tanto, la regresión auxiliar utilizada para realizar el contraste de linealidad es:

$$s_t = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \left(\beta_1 s_{t-j} + \beta_1' s_{t-j} s_{t-d} + \beta_2' s_{t-j} s_{t-d}^2 + \beta_3' s_{t-j} s_{t-d}^3 + \beta_4' s_{t-j} s_{t-d}^4 \right) + v_t \quad [4.3]$$

donde la hipótesis nula a contrastar es $H_0: \beta_1' = \beta_2' = \beta_3' = \beta_4' = 0$, de forma que si se rechaza la hipótesis nula se rechaza la linealidad. En el Cuadro 2 aparece recogido el nivel de significación crítico del contraste de linealidad de Escribano y Jordá para valores de $d=1,2,3,4,5$ y se comprueba que el estadístico es mayor para $d=1$. Asimismo en el Cuadro 2 se recoge el nivel de significación crítico de las hipótesis $H_L: \beta_2' = \beta_4' = 0$ y $H_F: \beta_1' = \beta_3' = 0$, que permiten discriminar entre el modelo exponencial y logístico, puesto que si el nivel de significación crítico del contraste de la hipótesis nula H_L es menor que el del contraste de la hipótesis nula H_F se selecciona el modelo ESTAR y viceversa¹². Como se comprueba los resultados llevan a elegir el modelo exponencial frente al logístico.

Cuadro 2. Contraste de linealidad de Escribano y Jordá (2001)

	d=1	d=2	d=3	d=4	d=5
F	0,0029	0,0033	0,0053	0,0047	0,0101
F _L	0,00088				
F _E	0,02889				

Nota: Los valores son los niveles de significación crítico asociados a los estadísticos de los contrastes realizados.

Fuente: *Elaboración propia*.

¹² Ver Escribano y Jordá (2001).

El Cuadro 3 recoge los resultados del modelo estimado, por mínimos cuadrados no lineales, en su forma más parsimoniosa puesto que no se ha podido rechazar, para un nivel de significación del 5%, la restricción de $\beta_i = -\beta_i^*$ (ver el contraste de razón de verosimilitud). Por otro lado, tampoco ha podido rechazarse la restricción $\beta_1 + \beta_2 = 1$, lo cual resulta acorde con los resultados obtenidos por Kilian y Taylor (2001), así como la no significatividad del parámetro μ . Estas restricciones implican que cuando el tipo de cambio está muy próximo a su nivel de equilibrio (determinado por la PPA) se comporta como un paseo aleatorio mientras que conforme la desviación del equilibrio es mayor la reversión hacia el equilibrio aumenta.

Cuadro 3. Estimación del modelo no lineal [4.1]

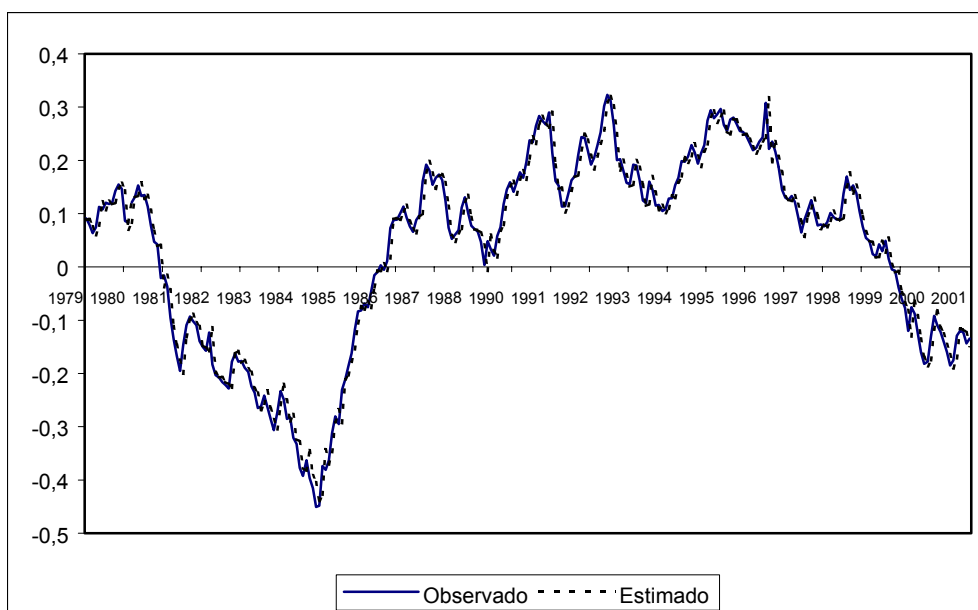
$\hat{s}_t = (1,268s_{t-1} - 0,268s_{t-2})\exp(-0,225s_{t-1}^2)$		
(21,485)	(-2,222)	
	[0,043]	
R ² =0,9796	SE=0,0258	
RV($\beta_i=\beta_i^*$)=0,58	RV($\beta_1+\beta_2=1$)=2,048	RV($\mu=0$)=1,196
AR(1)=0,0044	AR(12)=0,894	BJ=2,401
DFA=-11,852	NLES=[0,611]	NLLS=[0,783]
H ₁ =[0,950]	H ₂ =[0,829]	H ₃ =[0,854]

Notas: Los valores entre paréntesis debajo de los coeficientes estimados son los valores del estadístico t de Student. El R² es el coeficiente de determinación. SE es el error standard de la regresión. RV es la razón de verosimilitud del contraste incluido en el paréntesis; su valor crítico es 3,89. AR(1) y AR(12) son los estadísticos F del contraste de correlación de los residuos de orden 1 y 12, respectivamente, contruidos como en Eitrheim y Teräsvirta (1996). Sus valores críticos son 3,84 y 1,75, respectivamente. NLES recoge el nivel de significación crítico máximo del contraste del multiplicador de Lagrange de no linealidad tipo ESTAR en los residuos con retardos entre 2 y 5. LSTAR recoge el nivel de significación crítico máximo del contraste del multiplicador de Lagrange de no linealidad tipo LSTAR en los residuos con retardos entre 1 y 5. BJ es el estadístico de Bera-Jarque cuyo valor crítico es 5,99. DFA es el Dickey-Fuller aumentado con un valor crítico de 1,904. H₁, H₂ y H₃ recogen el valor del nivel de significación crítico de los estadísticos del contraste de estabilidad de los parámetros para las tres formas funcionales consideradas de las que depende la variabilidad de los parámetros siguiendo a Eitrheim y Teräsvirta (1996).

Por su parte, el Gráfico 3 recoge los valores observados del tipo de cambio real euro-dólar y los estimados por el modelo, y como puede comprobarse el modelo proporciona un buen ajuste corroborando la información obtenida con el coeficiente de determinación, que indica que el modelo explica casi el 98% de la variabilidad del logaritmo del tipo de cambio real. Asimismo, los residuos se comportan adecuadamente

de acuerdo a una batería de contrastes a los que se les ha sometido y que aparecen recogidos en el Cuadro 3. Así, no se puede rechazar, para un nivel de significación del 5%, la hipótesis de no linealidad de los residuos, para valores de d comprendidos entre 2 y 5, para la no linealidad tipo exponencial, y para valores de d entre 1 y 5, para la no linealidad tipo logístico (el Cuadro 3 proporciona solamente el valor máximo del nivel de significación crítico de los estadísticos F obtenidos del contraste del multiplicador de Lagrange construido como en Eitrheim y Teräsvirta (1996)). Asimismo, la hipótesis de no autocorrelación de los residuos no se puede rechazar, para un nivel de significación del 5%. Por último, se ha contrastado la estabilidad de los parámetros para lo cual se ha considerado la hipótesis de constancia de los parámetros frente a las hipótesis alternativas de que la variabilidad de los parámetros puede tomar distintas formas funcionales, y en concreto las tres propuestas por Eitrheim y Teräsvirta (1996). En todos los casos no se puede rechazar la hipótesis de estabilidad de los parámetros del modelo, para un nivel de significación del 5%.

Gráfico 3. Valores observados y estimados del tipo de cambio real euro-dólar



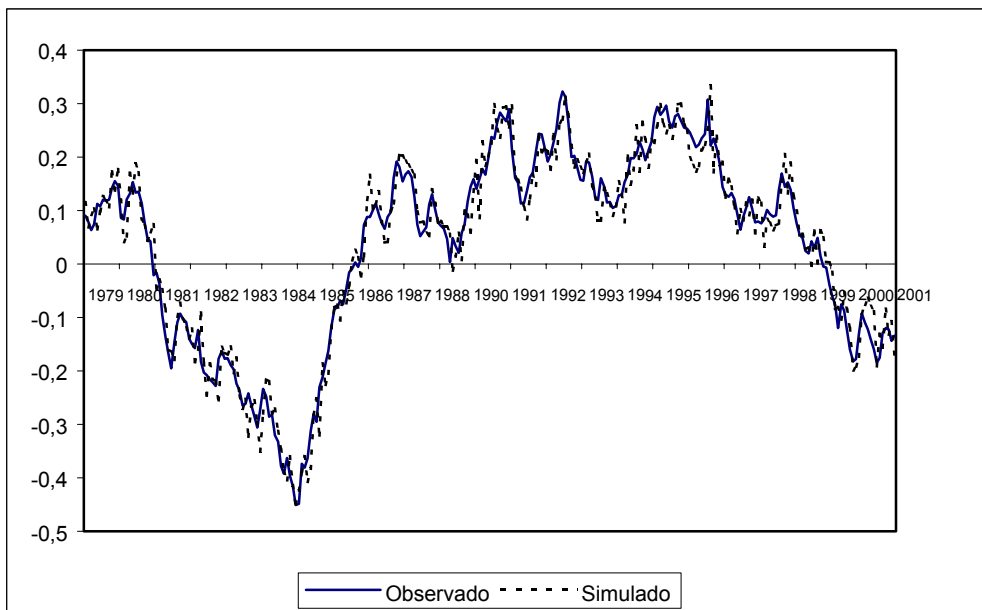
Nota: Las variables están medidas en logaritmos.
Fuente: *Elaboración propia.*

El parámetro estandarizado θ resulta ser estadísticamente significativo en base al estadístico t de student, pero, no obstante, hay que notar que el contraste de significatividad t de student deber ser cuidadosamente interpretado puesto que bajo la hipótesis de $\theta=0$ el tipo de cambio real sería generado por un proceso raíz unitaria. Así,

la presencia de una raíz unitaria bajo la hipótesis nula $\theta=0$ complica el contraste de significatividad puesto que no puede utilizarse la distribución de la *t* de student, de la misma forma que la distribución de Dickey-Fuller no puede aproximarse por la distribución *t*. De esta forma, siguiendo a Taylor et al. (2001) se ha calculado el nivel de significatividad marginal de este contraste por el método de Montecarlo bajo la hipótesis de que el verdadero proceso generador del logaritmo del tipo de cambio real del euro-dólar es un proceso AR(2), con los parámetros obtenidos al estimar el tipo de cambio real sobre el periodo muestral. Para ello se han realizado 3.000 simulaciones del tipo de cambio real y para cada replica se ha estimado el modelo ESTAR. El porcentaje de replicas para las cuales el estadístico *t* de student del parámetro θ ha sido mayor, en valor absoluto, al valor obtenido en el Cuadro 3 es el nivel de significación crítico obtenido empíricamente. Para este valor de significación crítico, que aparece entre corchetes en el Cuadro 3 debajo del coeficiente estimado, el parámetro θ es significativamente distinto de cero, evidenciando la existencia de reversión no lineal en el tipo de cambio real euro-dólar.

Una forma adicional de mostrar la habilidad del modelo en generar datos que exhiben un comportamiento similar al observado aparece recogida en el Gráfico 4. En este gráfico se comprueba que los datos generados por el modelo y los observados presentan un perfil similar exhibiendo grandes desviaciones de su nivel de equilibrio, persistencia en el tiempo de las desviaciones y elevada volatilidad a corto plazo.

Gráfico 4. Valores observados y simulados del tipo de cambio real euro-dólar

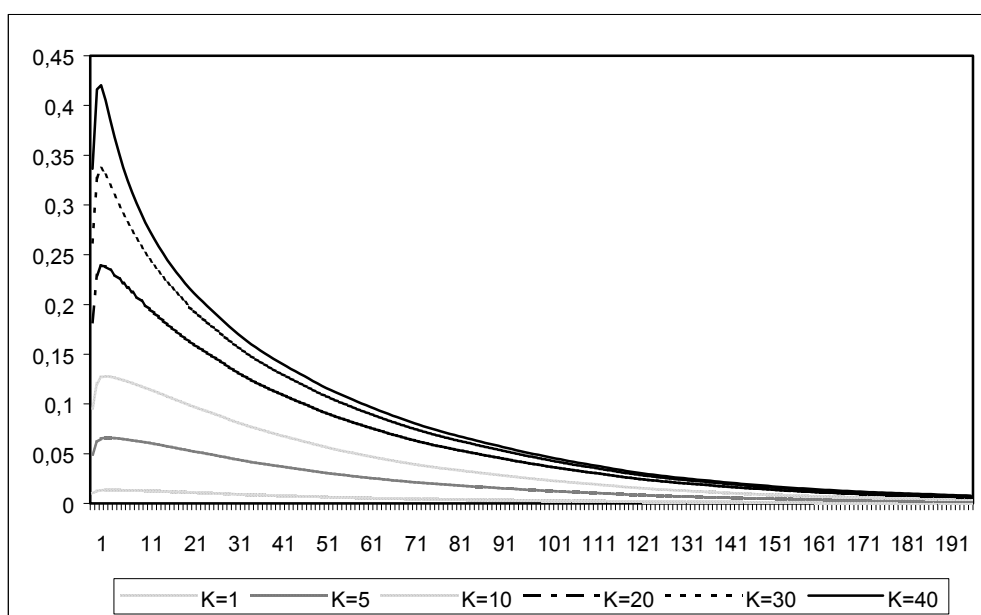


Nota: Las variables están medidas en logaritmos.

Fuente: *Elaboración propia.*

Por su parte, el Gráfico 5 recoge la respuesta impulso del tipo de cambio real a un shock de tamaño k porcentual que se produce en t , condicionado a un valor inicial del tipo de cambio real igual al equilibrio. Se ha considerado seis diferentes tamaños porcentuales del shock, $k=1,5,10,20,30,40$. Partiendo de un valor inicial ($t=0$) del tipo de cambio real igual al equilibrio simulamos, utilizando la ecuación estimada y un término de perturbación aleatoria con características similares al error de estimación, el tipo de cambio real para 200 periodos. Este procedimiento se repite con el mismo término aleatorio pero considerando que en $t=1$ se produce un shock de tamaño k ¹³ y se obtiene la secuencia de la diferencia entre las dos sendas simuladas del tipo de cambio real. Repitiendo todo el proceso 250 veces, se obtiene la respuesta impulso del tipo de cambio real como la media de las 250 secuencias, que recogen la diferencia entre las dos sendas simuladas del tipo de cambio real.

Gráfico 5. Respuesta Impulso del tipo de cambio real



Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse, la función respuesta impulso del tipo de cambio decae más rápidamente conforme aumenta el tamaño del shock lo que evidencia la naturaleza

¹³ Siguiendo a Taylor et al. (2001), el shock que se produce en t de tamaño k porcentual aumenta el valor del tipo de cambio real, s_t , en $\log(1+k/100)$.

no lineal del ajuste. Con respecto a la vida media¹⁴, en el caso de un shock del 40 por cien ésta se sitúa alrededor de los dos años y medio mientras que para un shock del 1% su vida media se sitúa en los cinco años y medio. Por tanto, el hecho observado por Rogoff (1996) de que las desviaciones de la PPA tienen una vida media entre tres y cinco años quedaría explicado por la naturaleza no lineal del proceso generador del tipo de cambio. Estos resultados, acordes con los obtenidos por Taylor et al. (2001)¹⁵, vienen a corroborar la reducida velocidad de ajuste observada en el tipo de cambio. Así, ante shocks grandes los agentes reaccionan rápidamente para hacer efectivas las ganancias de tomar posiciones en el mercado de divisas, y el tipo de cambio vuelve a su nivel de equilibrio rápidamente, mientras que ante shocks reducidos los incentivos en tomar posiciones son menores puesto que la obtención de ganancias son menos seguras y, por tanto, la velocidad de ajuste es mucho más reducida.

Por último, se compara la capacidad predictiva del modelo lineal AR(2) con el modelo no lineal estimado. Para ello se ha reservado los meses del año 2001 para predecir la evolución del logaritmo del tipo de cambio real, con cada uno de los modelos, y compararla con la observada. El Cuadro 4 recoge los estadísticos que permiten evaluar la capacidad predictiva de cada modelo en el periodo extramuestral, que comprende desde enero del 2001 hasta diciembre del 2001. Como puede comprobarse ambos modelos presentan una buena capacidad predictiva dado que los errores de predicción y el índice de Theil, en ambos casos, son reducidos. Asimismo, el error de predicción que se comete viene explicado en ambos casos por el componente aleatorio en algo más del 96%, dado que los componentes sesgo y varianza son reducidos. No obstante, el modelo no lineal presenta una capacidad de predicción algo mejor que la del modelo lineal AR(2). Además hay que tener en cuenta que los resultados obtenidos al estimar el modelo lineal AR(2) permiten concluir que en este modelo los shocks tendrían efectos permanentes en el tipo de cambio real puesto que la suma de sus coeficientes es igual a la unidad. Por tanto, el modelo no lineal es superior al simple modelo paseo aleatorio no únicamente por su mejor ajuste y capacidad predictiva sino porque permite dar luz al *puzzle* planteado por Rogoff (1996), permitiendo conciliar la reversión al equilibrio a largo plazo con la persistencia y volatilidad a corto plazo del tipo de cambio real.

¹⁴ Igual que Taylor et al. (2001) se define la vida media del shock como el momento en que la función respuesta cae por debajo del $0,5\log(1+k/100)$.

¹⁵ Ver apéndice, pág. 1039.

Cuadro 4. Evaluación de la capacidad predictiva.

	Modelo no lineal	Modelo lineal
RMSE	0,0207	0,0209
MAE	0,0179	0,0183
MAPE	13,8525	14,1215
Coeficiente de Theil	0,0751	0,0760
Sesgo	0,0063	0,0178
Varianza	0,0238	0,0218
Covarianza	0,9699	0,9604

Fuente: Elaboración propia.

5. CONCLUSIONES

Los resultados empíricos obtenidos en este trabajo permiten concluir que el comportamiento del tipo de cambio real del euro-dólar, durante el periodo de tiempo comprendido entre enero de 1979 y diciembre del 2001, se caracteriza por seguir un proceso de reversión al equilibrio no lineal. El modelo no lineal estimado implica que próximo al equilibrio el tipo de cambio real se comporta como un paseo aleatorio, pero conforme aumenta la desviación del equilibrio el tipo de cambio revierte con una velocidad de ajuste que incrementa con el tamaño de la desviación. De esta forma, el modelo permite explicar tanto la reversión al equilibrio a largo plazo como la elevada persistencia y volatilidad a corto plazo del tipo de cambio real. Esta evidencia es acorde con los resultados obtenidos por Michael et al. (1997), Taylor et al. (2001) y Kilian y Taylor (2001), para los tipos de cambio reales de otras monedas. Asimismo, hay que resaltar que estos resultados proporcionan evidencia de que los procesos lineales que generan los tipos de cambio están mal especificados, lo que explicaría el rechazo de los modelos de determinación del tipo de cambio y las dificultades en predecir su comportamiento, que han encontrado las investigaciones empíricas que han ignorado el ajuste no lineal del tipo de cambio.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abuaf, N. y P. Jorion (1990) "Purchasing Power Parity in the Long Run" *Journal of Finance*, 45, pág. 157-174.
- Balassa, B. (1964) "The purchasing-power parity doctrine: A reappraisal" *Journal of Political Economy*, vol. 72, pág. 584-596.
- Cassel, G. (1922) *Money and Foreign Exchange after 1914*. New York: MacMillan.
- Camarero, M. y C. Tamarit (2001) *A Panel Cointegration Approach to the Estimation of the Peseta Real Exchange Rate* Documentos de Economía y Finanzas Internacionales, FEDEA.
- Cheung, Y.W. y K. S. Lai (1993) "A Fractional Cointegration Analysis of Purchasing Power Parity" *Journal of Business Economics and Statistics*, 11, pág. 103-112.
- Cheung, Y.W. y K. S. Lai (1993) "Finite-Sample Sizes of Johansen's Likelihood Ratio Tests for Cointegration" *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, pág. 313-328.
- Diebold, F.X., S. Husted y M. Rush "Real Exchange Rates under the Gold Standard" *Journal of Political Economy*, vol. 99, pág. 211-240.
- Dornbusch, R. (1976) "Expectations and Exchange Rate Dynamics" *Journal Political Economy*, vol. 84, pág. 1161-1176.
- Escribano, A. y O. Jordá (2001) "Testing nonlinearity: Decision rules for selecting between logistic and exponential STAR models" *Spanish Economic Review*, vol. 3, pág. 193-209.
- Frankel, J.A. (1986) "International Capital Mobility and Crowding out in the US Economy: Imperfect Integration of Financial Markets or Goods Markets?" en R.W. Hafer, ed., *How Open is the US Economy?*, Lexington: Lexington Books.
- Frankel, J.A. (1990) "Zen and the Art of Modern Macroeconomics: The Search for Perfect Nothingness" en W. Haraf y T. Willet, eds., *Monetary Policy for a Volatile Global Economy*, Washington, DC: American Enterprise Institute.
- Frankel, J.A. y A.K. Rose (1996) "A Panel Project on Purchasing Power Parity: Mean Reversion within and between Countries" *Journal of International Economics*, 40, pág. 209-224.
- Granger, C.W.J. y T. Teräsvirta (1993) *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford: Oxford University Press.
- Hechscher, E.F. (1916) "Växelkursens Grundval vid Pappersmyntfot" *Ekono-misk Tidskrift*, 18, pág. 309-312.
- Kilian, L. Y M.P. Taylor (2001) *Why is it so Difficult to Beat the Random Walk Forecast of Exchange Rates?* Working Paper N° 88, november, European Central Bank.

- Lothian, J.R. y M.P. Taylor (1996) "Real Exchange Rate Behavior: The Recent Float from the Perspective of the Past Two Centuries" *Journal of Political Economy*, 104, pág. 488-510.
- Lothian, J.R. y M.P. Taylor (1997) "Real Exchange Rate Behavior: The Problem of Power and Sample Size" *Journal of International Money and Finance*, 16, pág. 945-954.
- Mark, N.C. y D. Sul (2001) "Nominal Exchange Real and Monetary Fundamentals. Evidence from a Amall Post-Bretton Woods Panel" *Journal of International Economics*, 53, pág. 29-52.
- Meese, R. Y K. Rogoff (1983) "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they fit out of sample?" *Journal of International Economics*, 14, pág. 3-24.
- Nakagawa, H. (2002) "Real Exchange Rates and Real Interest Differentials: Implications of Nonlinear Adjustment in Real Exchange Rates" *Journal of Monetary Economics*, 49, pág. 629-649.
- Papell, D.H. (1997) "Searching for Stationarity: Purchasing Power Parity Under the Current Float" *Journal of International Economics*, 43, pág. 313-332.
- Rogoff, K. (1996) "The Purchasing Power Parity Puzzle" *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIV, pág. 647-668.
- Samuelson, P.A. (1964) "Theoretical notes on trade problems" *Review of Economic Statistics*, vol. 46, pág. 145-154.
- Taylor, M.P. y L. Sarno (1998) "The Behavior of Real Exchange Rates During the Post Bretton Woods Period" *Journal of International Economics*, 46, pág. 281-312.
- Taylor, M.P., D.A. Peel y L. Sarno (2001) "Nonlinear Mean-Reversion in Real Exchange Rates: Toward a Solution to The Purchasing Power Parity Puzzles" *International Economic Review*, 42, november, pág. 1015-1042.
- Wu, Y. (1996) "Are Real Exchange Rates Non-Stationary?: Evidence from a Panel-Data test" *Journal of Money, Credit and Banking*, 28, pág. 54-63.

